



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2000–3  
ОТФ

Р.Н. Рогалев

КИРАЛЬНАЯ АНОМАЛИЯ В РЕАКЦИЯХ  $K\gamma \rightarrow K\pi$

Направлено в ЯФ

Протвино 2000

**Аннотация**

Рогалев Р.Н. Киральная аномалия в реакциях  $K\gamma \rightarrow K\pi$ : Препринт ИФВЭ 2000–3. – Протвино, 2000. – 13 с., 5 рис., библиогр.: 15.

Изучаются проявления киральной аномалии в поведении сечений процессов  $K^+\gamma \rightarrow K^+\pi^0$ ,  $K^0\gamma \rightarrow K^0\pi^0$ ,  $K^+\gamma \rightarrow K^0\pi^+$ , и  $K^0\gamma \rightarrow K^+\pi^-$ . Сечения двух первых реакций, для которых вклад киральной аномалии в околороговой области является доминирующим, сопоставляются с сечениями двух последних реакций, которые не содержат вкладов киральной аномалии. Обсуждается возможность исследования  $\pi$ -мезонным пучком вершины  $KK\pi\gamma$  в процессах кулоновского рождения.

**Abstract**

Rogalyov R.N. Chiral Anomaly in the Reactions  $K\gamma \rightarrow K\pi$ : IHEP Preprint 2000–3. – Protvino, 2000. – p. 13, figs. 5, refs.: 15.

Implications of the chiral anomaly for the cross sections of the reactions  $K^+\gamma \rightarrow K^+\pi^0$ ,  $K^0\gamma \rightarrow K^0\pi^0$ ,  $K^+\gamma \rightarrow K^0\pi^+$ , and  $K^0\gamma \rightarrow K^+\pi^-$  are investigated. Near the threshold, the contribution of the chiral anomaly dominates the cross sections of the first and the second reactions. These cross sections are compared with the cross sections of the third and the fourth reactions, which receive no contribution from the chiral anomaly. The prospects for an experimental study of the  $KK\pi\gamma$  vertex in the Coulomb production of  $\pi$  mesons by a  $K$  meson beam are discussed.

## Введение

Понятие “киральная аномалия” обозначает нарушение классической симметрии на квантовом уровне, которое возникает в теориях с киральными фермионами, в частности в Стандартной Модели.

Такое нарушение симметрии удобно рассматривать на примере эффективного действия для векторных  $v_\mu$  и аксиально-векторных  $a_\mu$  полей, взаимодействующих с фермионами. На классическом уровне оно инвариантно относительно как векторных

$$\begin{aligned}\delta\psi &= ig\beta\psi, \\ \delta v_\mu &= \partial_\mu\beta + i[v_\mu, \beta], \\ \delta a_\mu &= i[a_\mu, \beta],\end{aligned}\tag{1}$$

так и аксиально-векторных калибровочных преобразований

$$\begin{aligned}\delta\psi &= ig\alpha\gamma^5\psi, \\ \delta v_\mu &= i[a_\mu, \alpha], \\ \delta a_\mu &= \partial_\mu\alpha + i[v_\mu, \alpha].\end{aligned}\tag{2}$$

Квантовые поправки к этому действию даются вкладом петлевых диаграмм. Было показано, что на квантовом уровне путём подбора подходящих локальных контрчленов такое действие можно сделать инвариантным относительно либо векторных, либо аксиально-векторных калибровочных преобразований, но его нельзя сделать (не нарушая принципа локальности) инвариантным относительно и тех и других преобразований одновременно.

Таким образом, предполагая инвариантность относительно векторных калибровочных преобразований, можно вычислить выражение для вариации эффективного действия при аксиально-векторных калибровочных преобразованиях. Это выражение полностью определяется вкладом однопетлевых диаграмм и имеет вид (именно оно часто называется киральной аномалией):

$$\begin{aligned}\delta Z[v, a, s, p] &= -\frac{N_c}{16\pi^2} \int d^4x \langle \beta(x) \Omega(x) \rangle, \\ \Omega(x) &= \varepsilon^{\mu\nu\sigma\rho} \left[ v_{\mu\nu} v_{\sigma\rho} + \frac{4}{3} \nabla_\mu a_\nu \nabla_\sigma a_\rho + \frac{2}{3} i \{v_{\mu\nu}, a_\sigma a_\rho\} + \frac{8}{3} i a_\sigma v_{\mu\nu} a_\rho + \frac{4}{3} a_\mu a_\nu a_\sigma a_\rho \right].\end{aligned}\tag{3}$$

Это означает, что на квантовом уровне<sup>1</sup> инвариантность относительно аксиально-векторных преобразований отсутствует.

Наиболее естественный способ для того, чтобы восстановить утраченную таким образом симметрию теории, — это добавить к эффективному действию локальный контрчлен, вариация которого компенсирует киральную аномалию. Однако контрчлен, зависящий только от полей  $v_\mu$  и  $a_\mu$ , не может одновременно удовлетворять следующим требованиям: (i) локальность, (ii) инвариантность относительно векторных преобразований и (iii) при аксиально-векторных калибровочных преобразованиях преобразуется согласно формуле (3) (см. [1]). Поскольку нужного контрчлена, зависящего от полей  $v_\mu$  и  $a_\mu$ , не существует, Весс и Зумино [2] (см. также [3]) предложили добавить к эффективному действию функционал

$$S[U, \ell, r]_{\text{wzw}} = - \frac{iN_c}{240\pi^2} \int d\sigma^{ijklm} \langle \Sigma_i^L \Sigma_j^L \Sigma_k^L \Sigma_l^L \Sigma_m^L \rangle \quad (4)$$

$$- \frac{iN_c}{48\pi^2} \int d^4x \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (W(U, \ell, r)^{\mu\nu\alpha\beta} - W(\mathbf{1}, \ell, r)^{\mu\nu\alpha\beta}),$$

который, помимо  $v_\mu$  и  $a_\mu$ , зависит от дополнительных полей  $\Phi$ , соответствующих псевдоскалярным мезонам (которые играют роль голдстоуновских бозонов) к действию киральной теории возмущений. Этот функционал — его обычно называют эффективным действием Весса–Зумино–Виттена (ВЗВ) — выражается через поля следующим образом:

$$W(U, \ell, r)_{\mu\nu\alpha\beta} = \left\langle U \ell_\mu \ell_\nu \ell_\alpha U^\dagger r_\beta + \frac{1}{4} U \ell_\mu U^\dagger r_\nu U \ell_\alpha U^\dagger r_\beta + i U \partial_\mu \ell_\nu \ell_\alpha U^\dagger r_\beta \right. \quad (5)$$

$$+ i \partial_\mu r_\nu U \ell_\alpha U^\dagger r_\beta - i \Sigma_\mu^L \ell_\nu U^\dagger r_\alpha U \ell_\beta + \Sigma_\mu^L U^\dagger \partial_\nu r_\alpha U \ell_\beta$$

$$- \Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L U^\dagger r_\alpha U \ell_\beta + \Sigma_\mu^L \ell_\nu \partial_\alpha \ell_\beta + \Sigma_\mu^L \partial_\nu \ell_\alpha \ell_\beta - i \Sigma_\mu^L \ell_\nu \ell_\alpha \ell_\beta$$

$$\left. + \frac{1}{2} \Sigma_\mu^L \ell_\nu \Sigma_\alpha^L \ell_\beta - i \Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L \Sigma_\alpha^L \ell_\beta \right\rangle - (L \leftrightarrow R),$$

где<sup>2</sup>

$$\Sigma_\mu^L = U^\dagger \partial_\mu U, \quad \Sigma_\mu^R = U \partial_\mu U^\dagger, \quad U = \exp\left(\frac{i\Phi\sqrt{2}}{F}\right), \quad (6)$$

$$r_\mu = e A_\mu \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}, \quad \ell_\mu = r_\mu + \frac{eW_\mu^+}{\sqrt{2}\sin\theta_W} \begin{pmatrix} 0 & V_{ud} & V_{us} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{eW_\mu^-}{\sqrt{2}\sin\theta_W} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ V_{ud}^* & 0 & 0 \\ V_{us}^* & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta^8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta^0}{\sqrt{3}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta^8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta^0}{\sqrt{3}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta^8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta^0}{\sqrt{3}} \end{pmatrix},$$

<sup>1</sup>На квантовом — поскольку в системе единиц, где постоянная Планка  $\hbar$  не равна единице и является параметром, вклад фермионных петель пропорционален  $\hbar$ .

<sup>2</sup>Строго говоря, выражение (4) было получено для того случая, когда  $U \in SU(3)$  (а не  $U(3)$ ). Обобщение действия (4) на случай  $U(3)$  путём наивного включения  $\eta^0$  в число псевдоголдстоуновских бозонов использовалось, например, в работе [4].

$F = 93 \text{ МэВ}$ ;  $A_\mu$  — электромагнитное поле;  $W_\mu^\pm$  — поля калибровочных бозонов;  $\theta_W$  — угол Вайнберга;  $V_{ud}$  и  $V_{us}$  — элементы матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскавы;  $\pi^0, \pi^\pm, \eta^{(0,8)}, K^\pm, K^0, \bar{K}^0$  — поля псевдоскалярных мезонов, а символ  $(L \leftrightarrow R)$  обозначает замены  $U \leftrightarrow U^\dagger, \ell_\mu \leftrightarrow r_\mu$  и  $\Sigma_\mu^L \leftrightarrow \Sigma_\mu^R$ .

Функционал Весса–Зумино построен так, что его вариация при аксиально-векторных калибровочных преобразованиях совпадает с выражением (3).

Чтобы получить феноменологические следствия киральной аномалии для сильных, электромагнитных и слабых полулептонных процессов с участием псевдоскалярных мезонов, нужно добавить функционал (4) к действию киральной теории возмущений. Подставив выражения (6) для  $U, r_\mu$  и  $l_\mu$ , мы получим все члены в эффективном лагранжиане для указанных процессов, возникающие вследствие киральной аномалии. Приведём явные выражения для некоторых конкретных типов вершин. Вершина взаимодействия  $P\gamma\gamma$  ( $P$  — псевдоскалярный мезон) имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{WZW}}^{P\gamma\gamma} = -\frac{\alpha}{2\pi F} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu A_\nu \partial_\alpha A_\beta \left( \pi^0 + \frac{\sqrt{3}}{3} \eta^8 + \frac{2\sqrt{6}}{3} \eta^0 \right), \quad (7)$$

также имеет место вершина взаимодействия  $PW\gamma$ :

$$\mathcal{L}_{\text{WZW}}^{PW\gamma} = \frac{eG_F}{8\pi^2 F} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu A_\alpha l_\beta^+ (V_{ud} \partial_\mu \pi^- + V_{us} \partial_\mu K^-) + \text{h.c.}; \quad (8)$$

символ  $l_\beta^\pm$  обозначает лептонный ток; здесь и далее

$$l_\beta^+ = \bar{e} \gamma_\beta (1 - \gamma^5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma_\beta (1 - \gamma^5) \nu_\mu, \quad l_\beta^- = \bar{\nu}_e \gamma_\beta (1 - \gamma^5) e + \bar{\nu}_\mu \gamma_\beta (1 - \gamma^5) \mu;$$

мы не рассматриваем лептоны третьего поколения, поскольку ограничиваемся областью энергий  $E < 1 \text{ ГэВ}$ .

В данной работе нас будет интересовать взаимодействие фотона с тремя псевдоскалярными мезонами, которое имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{WZW}}^{PPP\gamma} = & \frac{ie}{4\pi^2 F^3} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\beta \left( (\partial_\mu \pi^+ \partial_\nu \pi^- + \partial_\mu K^+ \partial_\nu K^- + \partial_\mu K^0 \partial_\nu \bar{K}^0) \partial_\alpha \pi^0, \right. \\ & \frac{\sqrt{3}}{3} (\partial_\mu \pi^+ \partial_\nu \pi^- + \partial_\mu K^+ \partial_\nu K^- - 3\partial_\mu K^0 \partial_\nu \bar{K}^0) \partial_\alpha \eta^8, \\ & \left. \frac{\sqrt{6}}{3} (\partial_\mu \pi^+ \partial_\nu \pi^- + \partial_\mu K^+ \partial_\nu K^-) \partial_\alpha \eta^0 \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Для того чтобы список тройных и четверных аномальных вершин был полным (лептонный ток считается за одну “частицу”, правило замены  $W_\mu^\pm$  на  $l_\mu^\pm$  имеет вид  $\frac{eW_\mu^\pm}{2 \sin \theta_W} \rightarrow G_F l_\mu^\pm$ ), выпишем выражения для аномальных вершин  $PPW\gamma$  и  $PW\gamma\gamma$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{WZW}}^{PPW\gamma} = & -\frac{ieG_F}{16\pi^2 F^2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu A_\alpha l_\beta^+ \\ & \left( V_{ud} \left( \frac{4\sqrt{6}}{3} \partial_\mu \eta^0 \pi^- + \frac{4\sqrt{3}}{3} \partial_\mu \eta^8 \pi^- \right. \right. \\ & \left. \left. + \sqrt{2} (\partial_\mu K^0 K^- - K^0 \partial_\mu K^-) + 2(\partial_\mu \pi^0 \pi^- - \pi^0 \partial_\mu \pi^-) \right) \right. \\ & \left. + V_{us} \left( \frac{4\sqrt{6}}{3} \partial_\mu \eta^0 K^- + \frac{\sqrt{3}}{3} (\partial_\mu \eta^8 K^- - 3\eta^8 \partial_\mu K^-) \right. \right. \\ & \left. \left. + \sqrt{2} (\partial_\mu \bar{K}^0 \pi^- + \bar{K}^0 \partial_\mu \pi^-) + (3\partial_\mu \pi^0 K^- - \pi^0 \partial_\mu K^-) \right) + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mathcal{L}_{\text{WZW}}^{PW\gamma\gamma} = \frac{i\alpha G_F}{2\pi F} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu A_\nu A_\alpha l_\beta^+ (V_{ud}\pi^- + V_{us}K^-) + \text{h.c.} \quad (11)$$

Все эти вершины относятся к сильным, электромагнитным и слабым полуплептонным процессам. Однако прежде чем обсуждать теоретическое и экспериментальное исследование этих вершин, сделаем

**замечание о киральной аномалии в нелептонных слабых взаимодействиях.**

Это замечание необходимо, поскольку вершины эффективного лагранжиана нелептонных слабых взаимодействий, возникающие вследствие киральной аномалии, отличаются от вышеуказанных и должны быть предметом отдельного рассмотрения.

Феноменологические следствия аномального нарушения киральной симметрии для нелептонных слабых взаимодействий описываются эффективным лагранжианом с двумя типами вершин [6]. Вершины первого типа (так называемые полюсные члены) могут быть вычислены точно в терминах  $\Delta s = 1$  эффективного слабого лагранжиана. Для этого необходимо выполнить следующие действия.

В каждом из выражений типа (7), (9) нужно произвести замены:

$$\begin{aligned} K^\pm &\rightarrow K^\pm + \frac{c_1 \square \pi^\pm}{m_K^2 - m_\pi^2}, \\ \pi^\pm &\rightarrow \pi^\pm - \frac{c_1 \square K^\pm}{m_K^2 - m_\pi^2}, \\ K^0 &\rightarrow K^0 + \frac{c_2 \sqrt{2} \square \pi^0}{m_K^2 - m_\pi^2} - \frac{c_3 \sqrt{2} \square \eta^8}{m_\eta^2 - m_K^2} - \frac{c_4 \sqrt{2} \square \eta^0}{m_{\eta'}^2 - m_K^2}, \\ \bar{K}^0 &\rightarrow \bar{K}^0 + \frac{c_2 \sqrt{2} \square \pi^0}{m_K^2 - m_\pi^2} - \frac{c_3 \sqrt{2} \square \eta^8}{m_\eta^2 - m_K^2} - \frac{c_4 \sqrt{2} \square \eta^0}{m_{\eta'}^2 - m_K^2}, \\ \pi^0 &\rightarrow \pi^0 - \frac{c_2 \sqrt{2} \square (K^0 + \bar{K}^0)}{m_K^2 - m_\pi^2}, \\ \eta^8 &\rightarrow \eta^8 + \frac{c_3 \sqrt{2} \square (K^0 + \bar{K}^0)}{m_\eta^2 - m_K^2}, \\ \eta^0 &\rightarrow \eta^0 + \frac{c_4 \sqrt{2} \square (K^0 + \bar{K}^0)}{m_{\eta'}^2 - m_K^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Коэффициенты  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  и  $c_4$  являются линейными комбинациями эффективных констант связи  $g_8$ ,  $g_{27}^{(1/2)}$ ,  $g_{27}^{(3/2)}$  и  $g_0$ :

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{G_{\text{weak}}^{\text{eff}}}{2} \left( g_8 + g_{27}^{(1/2)} + g_{27}^{(3/2)} \right), \\ c_2 &= \frac{G_{\text{weak}}^{\text{eff}}}{2\sqrt{2}} \left( -g_8 - g_{27}^{(1/2)} + 2g_{27}^{(3/2)} \right), \\ c_3 &= \frac{G_{\text{weak}}^{\text{eff}}}{2\sqrt{6}} \left( -g_8 + 9g_{27}^{(1/2)} \right), \\ c_4 &= \frac{G_{\text{weak}}^{\text{eff}}}{\sqrt{6}} g_0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{где } G_{\text{weak}}^{\text{eff}} = -4F^2 \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^*.$$

Константы  $g_8$ ,  $g_{27}^{(1/2)}$ ,  $g_{27}^{(3/2)}$  и  $g_0$  входят в выражение для  $\Delta s = 1$  эффективного слабого лагранжиана

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\Delta s=1} = -4F^2 \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \left( g_8 \mathcal{L}_8 + g_{27}^{(1/2)} \mathcal{L}_{27}^{(3/2)} + g_{27}^{(3/2)} \mathcal{L}_{27}^{(1/2)} + g_0 \mathcal{L}_0 \right) + \text{h.c.}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_8 &= \frac{1}{3} \left( \sum_{i=1}^3 \mathcal{J}_\mu^{2i} \mathcal{J}_\mu^{i3} + 2 \left( \mathcal{J}_\mu^{21} \mathcal{J}_\mu^{13} - \mathcal{J}_\mu^{23} \mathcal{J}_\mu^{11} \right) \right), \\ \mathcal{L}_{27}^{(1/2)} &= \mathcal{J}_\mu^{21} \mathcal{J}_\mu^{13} + \mathcal{J}_\mu^{23} \left( \mathcal{J}_\mu^{11} + 2\mathcal{J}_\mu^{22} - 3\mathcal{J}_\mu^{33} \right), \\ \mathcal{L}_{27}^{(3/2)} &= \mathcal{J}_\mu^{21} \mathcal{J}_\mu^{13} + \mathcal{J}_\mu^{23} \left( \mathcal{J}_\mu^{11} - \mathcal{J}_\mu^{22} \right), \\ \mathcal{L}_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \mathcal{J}_\mu^{21} \sum_{i=1}^3 \mathcal{J}_\mu^{ii} \end{aligned} \quad (15)$$

и  $\mathcal{J}_\mu^{ij}$  — это выражение в  $i$ -ой строке и  $j$ -ом столбце матрицы  $\mathcal{J}_\mu = \frac{i}{2} F U^\dagger D_\mu U$ . В работе [5] использовано приближение, при котором эти параметры не являются независимыми:

$$g_{27}^{(1/2)} = \frac{g_{27}}{9}, \quad g_{27}^{(3/2)} = \frac{5g_{27}}{9}, \quad g_0 = 0.$$

Вершины второго типа получаются в результате “стягивания в точку”  $W$ -бозонной линии<sup>3</sup> между какой-либо вершиной аномального лагранжиана ВЗВ (4) и какой-либо вершиной нормального лагранжиана киральной теории возмущений

$$\mathcal{L} = \frac{F^2}{4} \langle D_\mu U D_\mu U^\dagger \rangle + \langle \chi U^\dagger + \text{h.c.} \rangle, \quad (16)$$

где

$$D_\mu U = \partial_\mu U - i r_\mu U + i U \ell_\mu, \quad \chi = 2B \text{diag}(m_u, m_d, m_s), \quad B = -\frac{\langle \bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s \rangle}{3F^2},$$

$\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = \langle \bar{s}s \rangle$  — кварковый конденсат. Однако такие вершины перенормируются сильными взаимодействиями (подробное изложение этого вопроса см. в [7]). Перенормировочные множители имеют вид  $1 + O(1/N_c)$ , поэтому модельно-независимое вычисление вершин второго типа возможно только в пределе  $N_c \rightarrow \infty$ . На практике это приводит к необходимости введения новых параметров при изучении киральной аномалии в нелептонных слабых взаимодействиях. Однако, вернёмся к основной теме данной работы — **киральная аномалия в сильных и электромагнитных взаимодействиях странных частиц.**

Киральная аномалия в сильных и электромагнитных процессах с участием  $K$ -мезонов почти не изучалась несмотря на то, что аналогичные аномальные вершины  $\gamma\pi^0\pi^+\pi^-$  и  $\gamma\eta\pi^+\pi^-$  были изучены теоретически в работах [8], [9] и экспериментально — в процессах кулоновского рождения  $\pi^0$ -и  $\eta$ -мезонов на ускорителе ИФВЭ [10], [11].

<sup>3</sup>При этом пропагатор  $W$ -бозона даёт константу Ферми  $G_F$ .

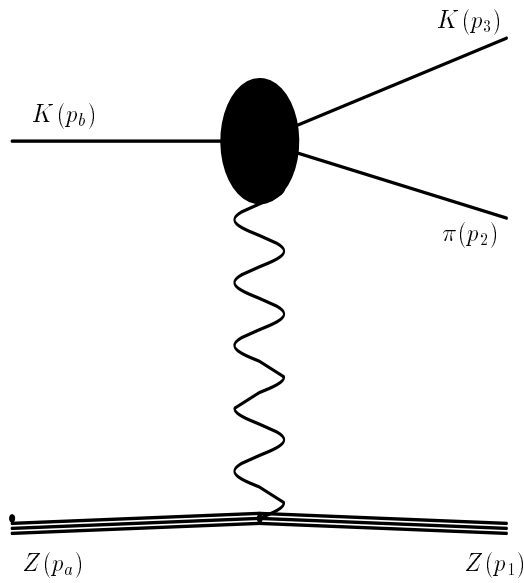


Рис. 1. Кинематика кулоновского рождения  $\pi$ -мезонов на ядре бериллия.  $q = p_a - p_1$ ;  $t_1 = q^2$ ;  $s_2 = (p_2 + p_3)^2$ ;  $t_2 = (p_b - p_3)^2$ ;  $s = (p_a + p_b)^2 \approx M_Z^2 + 2M_Z E$ .

принцип построения эффективных теорий: эффективная теория должна воспроизводить все симметрии фундаментальной теории и только их. Заметим, что простейшая реакция, которая удовлетворяет симметриям лагранжиана КХД и только им [3], — это  $K^+ K^- \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^-$ .

Кроме того, важный результат, что константа перед лагранжианом (4) может принимать только целочисленные значения (в единицах  $\frac{1}{240\pi^2}$ ), был получен в предположении, что имеются три лёгких кварка и, следовательно, многообразие голдстоуновских бозонов совпадает с  $SU(3)$ .

Поведение амплитуды процесса  $K\gamma \rightarrow K\pi$  в киральном пределе полностью определяется аномальным лагранжианом (9), а при физических значениях масс и  $\sqrt{s} \sim 0.9$  ГэВ — вкладом  $1^{--}$  резонансов. Аналогичными свойствами обладают амплитуды реакций  $\pi\gamma \rightarrow \pi\pi$  и  $\pi\gamma \rightarrow \eta\pi$ , которые были вычислены в работах [8] (см. также [9]) с использованием соотношений КСФР и аномальных тождеств Уорда.

Для вычисления амплитуд реакций  $K\gamma \rightarrow K\pi$  мы будем использовать модель доминантности векторных мезонов в формулировке Бандо–Куго–Ямаваки [12], в рамках которой соотношения КСФР и аномальные тождества Уорда являются следствием лагранжиана.

## 1. Описание модели Бандо–Куго–Ямаваки

Модель Бандо–Куго–Ямаваки является естественным расширением киральной теории возмущений на случай взаимодействия псевдоголдстоуновских  $0^{-+}$ -мезонов ( $P$ ) с векторными  $1^{--}$ -мезонами ( $V$ ). Векторные мезоны в этой модели возникают в результате динамического нарушения скрытой калибровочной симметрии в лагранжиане киральной теории возмущений.

В настоящей работе рассматриваются амплитуды реакций, доступные экспериментально изучению в процессах кулоновского рождения  $\pi$ -мезонов  $K$ -мезонным пучком (см. рис. 1).

Экспериментальное изучение аномальных вершин, содержащих  $K$ -мезоны, представляет интерес ввиду особой роли, которую  $K$ -мезоны играют в действии ВЗВ (4). Чтобы понять эту особую роль  $K$ -мезонов, предположим, что они вообще отсутствуют в эффективном лагранжиане для низких энергий (что имело бы место, если бы  $s$ -кварк был тяжёлым).

В гипотетическом мире только с двумя лёгкими кварками любой эффективный мезонный лагранжиан удовлетворяет не только симметриям лагранжиана КХД, но и некоторым дополнительным симметриям: например, сохраняется чётность числа голдстоуновских бозонов. При этом нарушается важный



Лагранжиан нормального сектора модели Бандо–Куго–Ямаваки имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{norm}} = -F^2 \langle p_\mu p_\mu \rangle - 2F^2 \langle (v_\mu - igV_\mu - ie\mathcal{B}_\mu)^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle V_{\mu\nu}^2 \rangle, \quad (17)$$

где

$$\mathcal{B} = A_\mu Q, \quad Q = \text{diag} \left( \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \right),$$

$\langle \rangle$  обозначают взятие следа по  $SU(3)$ -индексам,

$$p_\mu = \frac{1}{2} (\xi^\dagger \partial_\mu \xi + \partial_\mu \xi \xi^\dagger), \quad v_\mu = \frac{1}{2} (\xi^\dagger \partial_\mu \xi - \partial_\mu \xi \xi^\dagger), \quad \xi = \exp \left( \frac{i\Phi}{F\sqrt{2}} \right).$$

Первое слагаемое в этом лагранжиане соответствует лагранжиану киральной теории возмущений. Лагранжиан (17) инвариантен относительно преобразований

$$\xi \rightarrow g_L \xi h^{-1}(\xi, g_L, g_R), \quad \xi^\dagger \rightarrow g_R \xi^\dagger h^{-1}(\xi, g_L, g_R), \quad (18)$$

при которых  $v_\mu \rightarrow hv_\mu h^{-1} - \partial_\mu h h^{-1}$ . Поле  $V_\mu$ , соответствующее векторным мезонам, вводится как компенсирующее поле для этих преобразований (см. второе слагаемое в выражении (17)), а его кинетический член генерируется динамическим образом [12]. Лагранжиан (17) содержит массовый член для поля  $V_\mu$  и вершину  $\gamma - V$  перехода:

$$\frac{m_V^2}{2} V_\mu^a V_\mu^a + eg_V A_\mu \sum_{a=\rho^0, \omega, \phi} V_\mu^a Q^a, \quad (19)$$

где

$$V_\mu^a = \sqrt{2} \langle \lambda^a, V_\mu \rangle, \quad Q^a = \langle \lambda^a, Q \rangle, \quad Q_{\rho^0} = 1, \quad Q_\omega = \frac{1}{3}, \quad Q_\phi = -\frac{\sqrt{2}}{3},$$

причём

$$m_V = 2Fg, \quad (20)$$

$$g_V = m_V F \sqrt{2}. \quad (21)$$

Формулы (20) и (21) представляют собой первое и второе соотношения КСРФ; они дают численные значения константы  $VPP$ -взаимодействия  $g = 4, 9$  и константы  $\gamma - V$  переходов  $g_V \sim (325 \text{ МэВ})^2$ .

Лагранжиан взаимодействия, описывающий процессы с аномальной чётностью, имеет вид [13]

$$\mathcal{L}_{\text{anom}} = \mathcal{L}_{\text{WZW}} - \frac{i}{16\pi^2} \left( c\mathcal{L}_1 + (3+c)\mathcal{L}_2 + \frac{3}{2}\mathcal{L}_4 - \frac{3}{2}\mathcal{L}_6 \right), \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \langle L_\mu L_\nu L_\alpha R_\beta - R_\mu R_\nu R_\alpha L_\beta \rangle, \\ \mathcal{L}_2 &= \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \langle L_\mu R_\nu L_\alpha R_\beta \rangle, \\ \mathcal{L}_4 &= \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \langle ig(\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + ig[V_\mu, V_\nu]) (L_\alpha R_\beta - R_\alpha L_\beta) \rangle, \\ \mathcal{L}_6 &= \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \langle i(F_{\mu\nu}^L L_\alpha R_\beta - F_{\mu\nu}^R R_\alpha L_\beta) \rangle \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
L_\mu &= \xi^\dagger \partial_\mu \xi - igV_\mu - i\xi^\dagger l_\mu \xi, \\
R_\mu &= -\partial_\mu \xi \xi^\dagger - igV_\mu - i\xi r_\mu \xi^\dagger, \\
F_{\mu\nu}^L &= \xi^\dagger (\partial_\mu l_\nu - \partial_\nu l_\mu + i[l_\mu, l_\nu]) \xi, \\
F_{\mu\nu}^R &= \xi (\partial_\mu r_\nu - \partial_\nu r_\mu + i[r_\mu, r_\nu]) \xi^\dagger.
\end{aligned}$$

Коэффициент  $c$  в формуле (22) является свободным параметром, причём низшие члены разложения лагранжиана (22) по полям не зависят от  $c$  и имеют вид

$$\mathcal{L}_{\text{anom}} = \frac{i\sqrt{2}}{16\pi^2} (3iPVV + 2PPP\gamma), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned}
PPP\gamma &= \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \langle r_\mu \partial_\nu \Phi \partial_\alpha \Phi \partial_\beta \Phi \rangle, \\
PVV &= \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \langle (V_\mu \partial_\nu V_\alpha + \partial_\mu V_\nu V_\alpha) \partial_\beta \Phi \rangle.
\end{aligned}$$

Лагранжиан (22) обладает следующими свойствами:

1. Удовлетворяет принципу доминантности векторных мезонов для вершин  $P\gamma\gamma$ . Это означает, что распады  $P \rightarrow \gamma\gamma$  идут исключительно через вершину  $PVV$ , а вершины  $P\gamma\gamma$  и  $PV\gamma$  в полном выражении для лагранжиана отсутствуют. Следует подчеркнуть, что при этом поведение амплитуд в киральном пределе полностью совпадает с предсказаниями на основе лагранжиана ВЗВ (4); такое совпадение происходит благодаря тождествам КСРФ (20), (21).
2. Правильно описывает распад  $\omega \rightarrow 3\pi$ . Согласно этой модели, распад  $\omega$ -мезона идёт по схеме  $\omega \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi\pi\pi$ , а вершина  $PPP\gamma$  отсутствует в лагранжиане (22). Принцип доминантности векторных мезонов для вершин типа  $PPP\gamma$  противоречит феноменологии [13], [14].

## 2. Результаты вычислений

Исходя из лагранжианов взаимодействия (17) и (22), можно получить выражения для амплитуд процессов  $K\gamma \rightarrow K\pi$ . Соответствующие диаграммы показаны на рис. 2. Результат имеет вид

$$\begin{aligned}
A_{K\gamma \rightarrow K\pi} &= \frac{-ie}{16\pi^2 F^3} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q^\mu p_b^\nu p_2^\alpha \epsilon^\beta \left( C_0 + \frac{C_s M_{K^*}^2}{s - M_{K^*}^2 + i\Gamma_{K^*} \sqrt{s}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{C_t M_\rho^2}{t - M_\rho^2} + \frac{C_u M_{K^*}^2}{u - M_{K^*}^2} \right), \quad (24)
\end{aligned}$$

где  $\epsilon$  — вектор поляризации фотона;  $q$ ,  $p_b$  и  $p_2$  — импульсы фотона, начального  $K$ -мезона и  $\pi$ -мезона соответственно (см рис. 1). Коэффициенты  $C_0$ ,  $C_s$ ,  $C_t$ , и  $C_u$  для конкретных процессов приведены в табл .1.

Таблица 1. Коэффициенты  $C_o$ ,  $C_s$ ,  $C_t$ ,  $C_u$  для конкретных процессов.

Реакция	$C_o$	$C_s$	$C_t$	$C_u$
$K^+\gamma \rightarrow K^+\pi^0$	2	1	4	1
$K^+\gamma \rightarrow K^0\pi^+$	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$-2\sqrt{2}$
$K^0\gamma \rightarrow K^0\pi^0$	2	2	2	2
$K^0\gamma \rightarrow K^+\pi^-$	0	$-2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

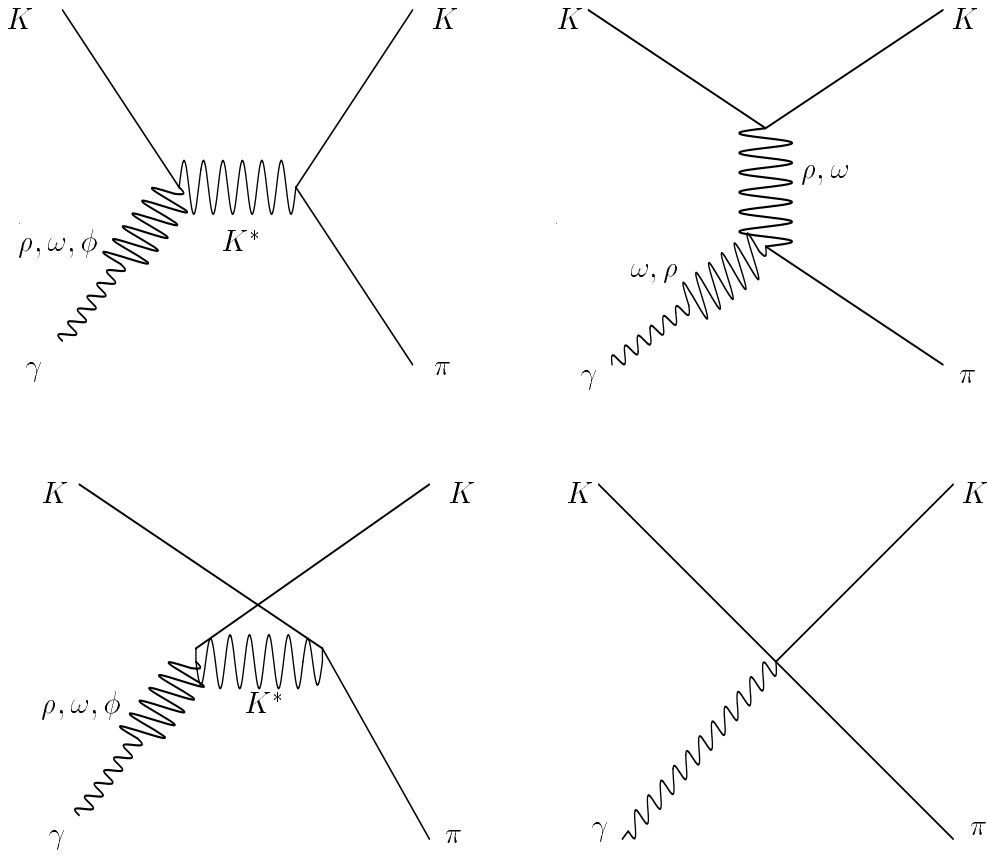


Рис. 2. Древесные диаграммы, дающие вклад в амплитуду реакции  $K\gamma \rightarrow K\pi$ .

В выражении для амплитуды (24) эффекты унитарности учитываются наиболее простым способом — путём добавления мнимой части  $i\Gamma_V\sqrt{s}$  к знаменателям пропагаторов векторных мезонов; так как нас интересует поведение амплитуд в  $s$ -канале, мы пренебрегли ширинами  $t$ - и  $u$ -канальных резонансов.

Обозначим через  $I$  интеграл от квадрата модуля выражения в скобках из формулы (24):

$$I = \int_{t_-}^{t_+} \left| C_0 + \frac{C_s M_{K^*}^2}{s - M_{K^*}^2 + i\Gamma_{K^*}\sqrt{s}} + \frac{C_t M_\rho^2}{t - M_\rho^2} + \frac{C_u M_{K^*}^2}{u - M_{K^*}^2} \right|^2 dt, \quad (25)$$

где  $t_-$  и  $t_+$  — кинематические границы. Тогда сечение процесса  $\gamma K \rightarrow \pi K$  имеет вид

$$\sigma = \frac{1}{1024\pi^4} \frac{\alpha}{F^6} \frac{I}{(s_2 - M_K)^2}.$$

Такие сечения можно изучать в процессах кулоновского рождения  $\pi$ -мезонов  $K$ -мезонным пучком. Кинематические переменные, используемые для описания этих процессов, определены на рис. 1. Мы рассмотрим сечения рассеяния в кинематическую область

$$\begin{aligned} -(50 \text{ МэВ})^2 < t_1 < -\frac{(s_2 - m_K^2)^2}{4E_K^2}, \\ (m_K + m_\pi)^2 < s_2 < 0.6 \text{ ГэВ}^2. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь  $E_K$  — энергия пучка  $K$ -мезонов, ограничение  $t_1 > -(50 \text{ МэВ})^2$  вводится для того, чтобы выделить процессы кулоновского рождения  $\pi$ -мезонов (рис. 1) на фоне процессов рождения  $\pi$ -мезонов, идущих по другим механизмам [11], ограничение  $s_2 < 0.6 \text{ ГэВ}^2$  служит для исключения области резонансов; две другие границы имеют кинематическое происхождение.

Используя метод эквивалентных фотонов, можно выразить сечение кулоновского рождения  $\pi$ -мезонов на ядре через сечение процесса  $\gamma K \rightarrow \pi K$ :

$$\frac{d\sigma}{ds_2 dt_2 dt_1} = \frac{Z^2 \alpha}{\pi} \frac{|t_1 - t_1^{min}|}{t_1^2} \frac{1}{s_2 - M_K^2} \frac{d\sigma_{\gamma K \rightarrow \pi K}}{dt_2}. \quad (27)$$

После интегрирования по  $t_1$  в пределах, указанных в формуле (26), имеем

$$\frac{d\sigma}{ds_2} = \frac{Z^2 \alpha^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{32F^6} \left( \ln \frac{4E^2 Q^2}{(s_2 - M_K^2)^2} - 1 + \frac{(s_2 - M_K^2)^2}{4E^2 Q^2} \right) \frac{I}{((s_2 - M_K)^2)^3}, \quad (28)$$

где величина  $I$  определена формулой (25).

Киральная аномалия проявляется в поведении изучаемых сечений в киральном пределе, т.е. в некоторой окрестности точки  $s = t = u = 0$ , где поведение амплитуд (24) определяется лагранжианом (4). Киральная аномалия даёт вклад в амплитуды процессов  $K^+ \gamma \rightarrow K^+ \pi^0$  и  $K^0 \gamma \rightarrow K^0 \pi^0$  и не даёт вклада в амплитуды процессов  $K^+ \gamma \rightarrow K^0 \pi^+$  и  $K^0 \gamma \rightarrow K^+ \pi^-$ , что отчётливо видно на рис. 3 и 4, где показано околороговое поведение соответствующих сечений.

В непосредственной близости от порога это поведение описывается формулой

$$\frac{d\sigma_{K\gamma \rightarrow K\pi}}{ds_2} = C (s_2 - (M_K + M_\pi)^2)^{\frac{3}{2}}, \quad (29)$$

коэффициенты  $C$  для конкретных реакций приводятся в табл. 2. В этой же таблице указаны те области, в которых формула (29) является хорошей аппроксимацией, а также указаны полные сечения рождения  $\pi$ -мезонов на ядре бериллия в кинематической области (26) при энергии  $K$ -мезонов 40 ГэВ. Видно, что функциональная зависимость сечения от энергии является достаточно сложной, так что первый член разложения является хорошей аппроксимацией лишь в непосредственной близости от порога.

**Таблица 2.** Сечения рассеяния в кинематическую область (26).

Реакция	Коэффициент $C$ в формуле (29) (нб/ГэВ <sup>3</sup> )	Область применимости формулы (29)	$\sigma$ (нб)
$K^+\gamma \rightarrow K^+\pi^0$	$1.0 \cdot 10^5$	$0.396 \text{ ГэВ}^2 < s_2 < 0.55\text{ГэВ}^2$	81
$K^+\gamma \rightarrow K^0\pi^+$	$2.9 \cdot 10^2$	$0.396 \text{ ГэВ}^2 < s_2 < 0.40\text{ГэВ}^2$	20
$K^0\gamma \rightarrow K^0\pi^0$	$1.6 \cdot 10^5$	$0.396 \text{ ГэВ}^2 < s_2 < 0.45\text{ГэВ}^2$	165
$K^0\gamma \rightarrow K^+\pi^-$	$2.6 \cdot 10^3$	$0.396 \text{ ГэВ}^2 < s_2 < 0.45\text{ГэВ}^2$	99

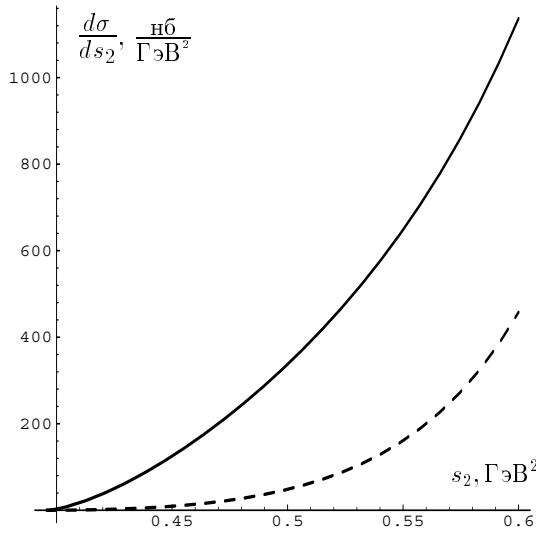


Рис. 3. Сечения процессов кулоновского рассеяния на ядре бериллия  $K^+Z \rightarrow K^+\pi^0Z$  (сплошная линия) и  $K^+Z \rightarrow K^0\pi^+Z$  (пунктирная линия) в зависимости от  $s_2 = (p_K^{out} + p_\pi)^2$  при энергии пучка  $K$ -мезонов 40 ГэВ. Кинематическое ограничение: квадрат импульса, переданного ядру,  $|t_1| < (50 \text{ МэВ})^2$ .

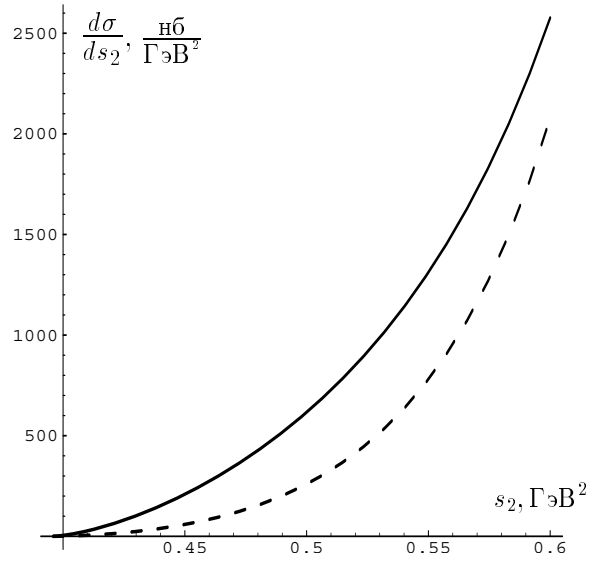


Рис. 4. Сечения процессов кулоновского рассеяния на ядре бериллия  $K^0Z \rightarrow K^0\pi^0Z$  (сплошная линия) и  $K^0Z \rightarrow K^+\pi^-Z$  (пунктирная линия) в зависимости от  $s_2 = (p_K^{out} + p_\pi)^2$  при энергии пучка  $K$ -мезонов 40 ГэВ. Кинематическое ограничение: квадрат импульса, переданного ядру,  $|t_1| < (50 \text{ МэВ})^2$ .

В резонансной области теоретические сечения ведут себя обычным образом (рис. 5).

### Заключение

Характерное поведение дифференциального сечения (27) при малых  $|t_1|$  (так называемый кулоновский пик) позволяет выделить кулоновский механизм рождения  $\pi$ -мезонов на фоне других аналогичных процессов [15]; при  $|t_1| < 50 \text{ МэВ}^2$  механизм кулоновского рождения является доминирующим. Благодаря этому становится возможным экспериментальное изучение процессов  $K^+\gamma \rightarrow K^+\pi^0$ ,  $K^0\gamma \rightarrow K^0\pi^0$ ,  $K^+\gamma \rightarrow K^0\pi^+$  и  $K^0\gamma \rightarrow K^+\pi^-$ .

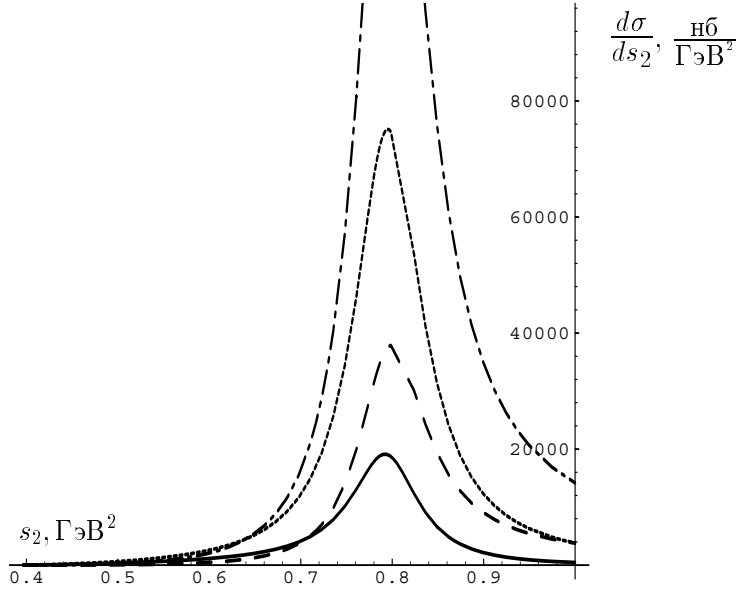


Рис. 5. Сечения процессов кулоновского рассеяния на ядре бериллия  $K^+Z \rightarrow K^+\pi^0Z$  (сплошная линия) и  $K^+Z \rightarrow K^0\pi^+Z$  (пунктирная линия),  $K^0Z \rightarrow K^0\pi^0Z$  (точечная линия) и  $K^0Z \rightarrow K^+\pi^-Z$  (штрих-пунктирная линия) в зависимости от  $s_2 = (p_K^{out} + p_\pi)^2$  при энергии пучка  $K$ -мезонов 40 ГэВ. Кинематическое ограничение: квадрат импульса, переданного ядру,  $|t_1| < (50 \text{ МэВ})^2$ .

Околопороговое поведение первых двух процессов определяется киральной аномалией, в то время как вклад киральной аномалии в амплитуды третьего и четвертого процессов равен нулю. Вследствие этого в околопороговой области теоретические сечения первого и третьего процессов в десятки раз превосходят теоретические сечения второго и четвертого процессов.

Измерение этих сечений указанным способом могло бы стать уникальным источником экспериментальной информации о коэффициентах при вершинах вида  $KK\pi\gamma$  в лагранжиане (9) и о проявлениях киральной аномалии в сильных и электромагнитных процессах с участием  $K$ -мезонов. Это позволило бы также проверить справедливость модели доминантности векторных мезонов [12] в аномальном секторе.

В заключение автор благодарит В.Ф.Образцова, Ю.П.Гуза и А.М.Зайцева за обсуждение и интерес к работе.

### Список литературы

- [1] Ball R.D. // *Rhys. Rep.* (1989), **182**, p. 1.
- [2] Wess J. and Zumino B. // *Phys. Lett.* (1971), **B37** p. 95.
- [3] Witten E. // *Nucl. Phys.* (1983), **B223**, p. 422.
- [4] Ametller L.I. — In: *The Second DAΦNE Physics Handbook*, Eds. L. Maiani, G. Pancheri, and N. Paver, Frascati: INFN-LNF, (1995), p. 427.
- [5] Ecker G., Pich A. and Rafael E. // *Nucl. Phys.* (1988), **B303**, p. 665.
- [6] Ecker G., Kambor J. and Wyler D. // *Nucl. Phys.* (1993), **B394**, p. 101.  
Ecker G., Neufeld H. and Pich A. // *Nucl. Phys.* (1994), **B413**, p. 321.
- [7] Bijnens J., Ecker G. and Pich A. // *Phys. Lett.* (1992), **B286**, p. 341.

- [8] Rudaz S. // Phys. Lett. (1984), **B145**, p. 281;  
Cohen T.D. // Phys. Lett. (1989), **B233**, p. 467.
- [9] Holstein B.R. // Phys. Rev. (1996), **D53**, p. 4099;  
Venugopal E.P. and Holstein B.R. // Phys. Rev., (1998), **D57**, p. 4397.
- [10] Antipov Y.M. et. al. Phys. Rev. (1987), **D36**, p. 21.
- [11] Amelin D.V. et. al. — Preprint IHEP 98-62, Protvino, 1998.
- [12] Bando M., Kugo T. and Yamawaki K. // Phys. Rep. (1988), **164**, p. 217.
- [13] Fujiwara T. et. al. // Prog. Theor. Phys. (1985), **73**,p. 926.
- [14] Bijnens J. // Int. J. Mod. Phys. (1993), **8**, p. 3045.
- [15] Landsberg L.G. — In: Proc. of the XXI Int. Workshop on High Energy Physics and Field Theory, Protvino, 1998, p. 97.

*Рукопись поступила 2 февраля 2000 г.*

Р.Н.Роголёв.

Киральная аномалия в реакциях  $K\gamma \rightarrow K\pi$ .

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы  $\text{\LaTeX}$ .

Редактор Н.В.Ежела.

Технический редактор Н.В.Орлова.

---

Подписано к печати 4.02.2000. Формат  $60 \times 84/8$ .      Офсетная печать.  
Печ.л. 1,62.      Уч.-изд.л. 1,3.      Тираж 130.      Заказ 37.      Индекс 3649.  
ЛР №020498 17.04.97.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий  
142284, Протвино Московской обл.



